Zur Wissenschaftsphilosophie moderner Eichfeldtheorien

Holger Lyre

> *"The gauge principle is generally regarded as the most fundamental cornerstone of modern theoretical physics. In my view its elucidation is the most pressing problem in current philosophy of physics."*
>
> Michael Redhead (2001)

Die Wissenschaftsphilosophie sucht ihre Beispiele und Anwendungen in den verschiedenen Fachwissenschaften. Aufgrund ihres fundamentalen Status spielen Fragestellungen der Physik dabei eine große Rolle. Häufig aber werden leider nicht diejenigen Thematiken aufgegriffen, mit denen sich die fachwissenschaftliche Grundlagenforschung *an ihrer Front* auch beschäftigt. Eine moderne Wissenschaftsphilosophie, die in den Wissenschaften auch Gehör finden möchte, sollte sich jedoch um Aktualität und Gegenwartsbezug bemühen. Für den Fall der theoretischen Physik zeigt nun ein Blick auf das Standardmodell, dass *Eichfeldtheorien* (kurz: Eichtheorien) eine der Schlüsselkonzeptionen der Gegenwartsphysik darstellen. Die Philosophie der Eichtheorien steckt jedoch noch in den Anfängen.

Im vorliegenden Referat mache ich es mir daher zur Aufgabe, einen Überblick der möglichen relevanten philosophischen Fragestellungen an die Eichfeldtheorien und deren mathematisches Gerüst, die Theorie der Faserbündel, zu geben, und erste Ansätze in der Literatur sowie Ergebnisse eigener Arbeit vorzustellen. Das Referat wendet sich an Wissenschaftstheoretiker, Physiker und Physikphilosophen und wirbt für ein neues, aktuelles und in der Tat sehr ergiebiges Forschungsthema, welches auf der Schnittstelle der genannten Disziplinen anzusiedeln wäre.

1. Das Eichprinzip: Basis der Eichtheorien

Ich beginne mit einer kurzen Darstellung des physikalischen Hintergrundes. Man geht zunächst aus von einer freien Materiefeldgleichung, die ein wechselwirkungsfreies Teilchen wie beispielsweise ein Elektron beschreibt. Eine solche Gleichung wird u.a. Invarianz unter globalen unitären Transformationen (einer bestimmten Gruppendimension) zeigen. Wegen Noethers erstem Theorem führt dies auf die Existenz gewisser Erhaltungsgrößen. Darüberhinaus besagt die Globalinvarianz nichts Physikalisches – es handelt sich bei den in Rede stehenden Transformationen um willkürlich wählbare Umeichungen, denen (wie im Falle von Koordinatentransformationen) keinerlei physikalische Bedeutung zukommt. Nun fordert man – zunächst ad hoc – die Invarianz der betrachteten Gleichung nicht nur unter globalen, sondern vom Ort abhängigen Transformationen. Solche lokalen Eichtransformationen haben für sich genommen wiederum keinerlei physikalische Bedeutung. Man erlaubt eben lediglich eine lokal verschiedene Koordinatenwahl und benötigt gegebenenfalls eine Regel zur Umrechnung.

Im Formalismus[1] der einfachsten Eichtheorie, der Dirac-Maxwell-Theorie, deren eichtheoretische Struktur der Quantenelektrodynamik (QED) unterliegt, stellt sich das so dar: Wir starten mit der freien Dirac-Lagrangedichte $L_D = \psi^+(x)\,\gamma^0\,(i\,\gamma^\mu\,\partial_\mu - m)\,\psi(x)$. Sie zeigt globale Invarianz unter U(1), Noethers erstes Theorem führt auf den erhaltenen Strom $j^\mu = -q\,\psi^+\,\gamma^0\,\gamma^\mu\,\psi$. Nun fordern wir die Invarianz von L_D unter lokalen Eichtransformationen $\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{iq\alpha(x)}\,\psi(x)$. Dabei passiert etwas Merkwürdiges – jedenfalls in der Darstellung sehr vieler Lehrbücher. Wir hatten ja bemerkt, dass die Eichtransformationen nichts Physikalisches leisten, dennoch zeigt sich, dass das lokale Eichpostulat im allgemeinen Fall nur erfüllt werden kann, wenn man ein Potential $A_\mu\,(x) = -\,\partial_\mu\,\alpha(x)$ einführt, das ein assoziiertes Tranformationsverhalten zeigt: $A_\mu\,(x) \rightarrow A'_\mu\,(x) = A_\mu\,(x) - \partial_\mu\,\alpha(x)$. Als Konsequenz erhält man daher statt der ursprünglichen freien Theorie nun scheinbar eine Wechselwirkungstheorie $L_D + L_{int} = L_D - j_\mu\,(x)\,A^\mu\,(x)$. Das Diracfeld koppelt dabei an den Noetherstrom j^μ. Dies scheint eine elegante formale Herleitung der Wechselwirkung aus einem Symmetriepostulat zu erlauben, daher spricht man vom so genannten *Eichprinzip*.

Soweit gängige Lehrbuchdarstellungen – das Merkwürdige ist nur, dass eigentlich gar nichts Physikalisches hätte passieren dürfen! Wie sonst sollte man umgekehrt die Forderung nach lokaler Eichinvarianz überhaupt begründen? Ich werde diese Frage weiter unten wieder aufgreifen. Fürs Erste tun wir so, als sei uns hier tatsächlich die Wechselwirkung „frei Haus“ geschenkt worden. Es sei zudem erwähnt, dass durch das Eichprinzip für den einfachsten, nicht-trivialen Fall auch die Form der Feldgleichungen, d.h. die Maxwell-Lagrangedichte $L_M = -\,1/4\,F_{\mu\nu}(x)\,F^{\mu\nu}(x)$ im Wesentlichen festgelegt wird. Man erhält so die Lagrangedichte der QED: $L_{QED} = L_D + L_{int} + L_M$.

Die Idee des Eichprinzips geht zurück auf Hermann Weyl (1929) und konnte seit 1954 im Anschluss an die Arbeit von Yang und Mills auch auf die höheren Symmetrien im Standardmodell erweitert werden.[2] Zudem - und das ist natürlich besonders bemerkenswert - lässt auch die Gravitation eine eichtheoretische Formulierung zu, wenngleich dabei im Zusammenhang mit der Wahl der geeigneten Eichgruppe und Lagrangedichte, der Auszeichnung der fundamentalen dynamischen Objekte und der Besonderheit der Verschmelzung zwischen Basis- und Faserraum spezielle Umstände auftreten, die eine Sonderbehandlung erfordern.[3]

2. Faserbündel: die Geometrie der Eichtheorien

Die adäquate mathematische Beschreibung einer Eichtheorie ist im Formalismus der *Faserbündel* gegeben. Ich nenne auch hier wieder nur die wichtigsten Begriffe[4]: Faserbündel sind Verallgemeinerungen des direkten Produkts, hier des Produkts der Raumzeit als *Basismannigfaltigkeit M* und eines inneren Raumes, der *Faser F*. Die Verallgemeinerung kommt dadurch zustande, dass man nicht, wie üblich, die Projektion des Produktraumes $M \times F$ sowohl auf M als auch auf F zulässt, sondern letztere aufgibt zugunsten einer Gruppenwirkung $G \times F \to F$. Beim hier bedeutsamen Spezialfall des so genannten *Prinzipalfaserbündels P* gilt $F = G$, d.h. der Faserraum ist identisch mit der Strukturgruppe des Bündels, welche mithin eine Liegruppe ist.

Ein Faserbündel sieht im allgemeinen Fall also nur noch lokal, d.h. in einer Umgebung $U \in M$ wie ein direktes Produkt aus. Zur Angabe der globalen Struktur benötigt man den so genannten *Zusammenhang (Konnektion)*.[5] Die Konnektion erlaubt, Vektoren in verschiedenen Fasern des Bündels miteinander zu vergleichen – sie ist also genau diejenige Größe zur Umrechnung der verschiedenen lokalen Eichungen, die wir oben bereits erwartet haben. Sie entspricht dem aus dem Eichprinzip im Kopplungsterm gefolgerten Eichpotential A_μ. Das Konzept der Eichtheorien fügt sich daher in das folgende geometrische Schema: Die QED führt auf ein U(1)-Bündel, d.h. die Eichgruppe fungiert als Strukturgruppe des Bündels. Die Feldstärke entspricht dabei der *Krümmung* des Bündels. Das Materiefeld ψ ist gegeben durch Schnitte im zu P natürlich assoziierten Vektorraumbündel (hierbei ist die typische Faser derjenige Vektorraum, in dem die Eichgruppe G fundamental dargestellt wird).

Man kann den Begriff „Eichfeldtheorie“ nun definieren als die *Kopplung einer Materiefeld- mit einer Wechselwirkungsfeld-Theorie*. Sie gründet sich – wenigstens – auf das Eichprinzip und wird durch die Geometrie eines Prinzipalfaserbündels und des ihm assoziierten Vektorraumbündels repräsentiert. In der etwas blumigen Sprache der theoretischen Physik sagt man: Die fundamentalen Felder der modernen Physik – die Basisentitäten der Eichtheorien – „leben“ in einer vergrößerten *geometrischen Arena*, welche aus der Raumzeit und deren inneren Räumen, also den jeweiligen Eichgruppen und Materiefeld-Zustandsräumen gebildet wird. Dies sind die Prinzipal- und Vektorraumbündel.

3. Philosophische Grundlagenprobleme der Eichtheorien

Die mit dem eichtheoretischen Programm verbundene Wiederbelebung der „Geometrisierung der Physik“ – freilich unter neuen Vorzeichen – bietet für den Wissenschaftsphilosophen einen ersten Anhaltspunkt, sich dem Fragenkreis der Eichtheorien aus seiner Warte zu nähern. Die Philosophie der Raum- und Raumzeittheorien, allen voran natürlich die philosophische Debatte zur Allgemeinen Relativitätstheorie (ART), lässt unwillkürlich einschlägige Fragen auftauchen wie etwa: Welchen Status hat die Bündel-Geometrie? Soll man einen Relationalismus oder einen Substantialismus bezüglich der Bündelräume vertreten? Gibt es konventionelle Elemente?

Zudem drängen sich etwa ontologische Fragen nach der Art der eichtheoretischen Gegenstandskonstitution und Charakterisierung der Basisentitäten auf. Ich will die im Folgenden zu diskutierenden Grundlagenprobleme der Eichtheorien der Übersichtlichkeit halber danach gehend getrennt behandeln, ob sie primär konzeptioneller, ontologischer oder semantischer Natur sind (wie üblich ist eine solche Trennung in Strenge natürlich niemals möglich).

3.1 Konzeptionelle Fragestellungen

Ein nicht-triviales Bündel erlaubt keine globalen Schnitte, d.h. es kann global nicht als direktes Produkt von Basisraum und Faser dargestellt werden. Zudem wird eine Konnektion, deren Feldstärke verschwindet, anschaulich als „flach“ bezeichnet. Mit dieser Terminologie lassen sich vier Typen eichfeldtheoretischer Faserbündel unterscheiden:

1. Triviale Bündel mit flachen Zusammenhängen,
2. Triviale Bündel mit nicht-flachen Zusammenhängen,
3. Nicht-triviale Bündel Bündel mit flachen Zusammenhängen,
4. Nicht-triviale Bündel mit nicht-flachen Zusammenhängen.

In nicht-trivialen Bündeln des dritten und vierten Typs treten topologische Effekte auf. Hierauf ist unten noch näher einzugehen. Klar ist, dass, falls Bündel des dritten und vierten Typs in der Physik nicht aufträten, eine faserbündeltheoretische Darstellung überflüssig wird, da triviale Bündel eben immer auf direkte Produkte zurückführbar sind. Bemerkenswerterweise lassen sich aber bereits auf der rein konzeptionellen Ebene gute Gründe *für* den Bündelformalismus angeben. Man kann nämlich argumentieren, dass Bündel auf sehr natürliche Weise eine Trennung zwischen den bloß mathematischen und theoretischen Termen einer Eichtheorie erlauben, insofern letztere in den Fasern definiert sind, während erstere auf den Basisraum herunterprojiziert werden können (Guttmann und Lyre 2000). Als theoretische Terme seien dabei diejenigen Größen bezeichnet, die in der Beschreibung des konzeptionellen Überbaus einer Theorie notwendig enthalten sind. Hierbei muß es sich aber nicht um direkt beobachtbare Größen handeln (beispielsweise wäre die Wellenfunktion in der Quantenmechanik eine theoretischer Term, wenngleich sie nicht direkt observabel ist). Von diesem Standpunkt erhalten Materiefelder, Eichpotentiale und -feldstärken sowie die in den Fasern definierten Eichtransformationen konzeptionelle Signifikanz. Die Symmetrien des Basisraumes sind hingegen rein mathematischer Natur. Vor allem in der ART kann man so ganz natürlich zwischen der trivialen Diffeomorphismen-Invarianz allgemein-kovarianter Theorien und den konzeptionell signifikanten lokalen Lorentzrotationen oder Poincarétranslationen unterscheiden.

Es sei nun an den Konventionalismus in den Raumzeittheorien erinnert. Er beruht ganz allgemein auf der These, dass die Geltung bestimmter Sätze über die geometrischen Verhältnisse der Raumzeit wesentlich auf reinen Festsetzungen beruhen. Die „wahre Geometrie“ bleibt dadurch unbestimmt bzw. unerkennbar. Konventionalismen können auf verschiedenen Ebenen auftreten: auf der ontologischen Ebene (z.B. als metrische Amorphheit einer Raumzeit-Mannigfaltigkeit), auf der epistemologischen Ebene (z.B. als Wahl einer Zuordnungsdefinition des physikalischen Längenmaßstabes) oder auf der semantischen Ebene (z.B. als sprachliche oder bedeutungstheoretische Unterbestimmtheit der Theorie bezüglich ihrer empirischen Basis). Nun hatten wir zu Beginn bereits gesehen, dass das Eichpostulat der trivial-konventionalistischen Annahme entspringt, das Materiefeld sei auch lokal nur bis auf Eichtransformationen festgelegt, d.h., dass in jedem Raumzeitpunkt die Eichung beliebig – eben per Konvention – fixiert werden kann. Zur praktischen Anwendung der Eichtheorie ist die Festlegung einer Eichung dann aber erforderlich: der durch den Zusammenhang zu bewerkstelligende Vergleich zweier Vektoren mittels Paralleltransport in den Fasern ist nur möglich nach vorheriger Fixierung der Eichung (vergleichbar der Festlegung eines Koordinatenursprungs).

Ungeachtet dieses trivialen Konventionalismus scheint es im Eichprinzip aber möglich, einen echten Wechselwirkungsterm herzuleiten. Tatsächlich ist dies nicht der Fall! Mathematisch entspringt der „Wechelwirkungsterm“ einfach einem Basiswechsel in der Ortsdarstellung der Wellenfunktion. Dies erfordert dann auch ein Umtransformieren des Ableitungsoperators derart, dass er die Gestalt der kovarianten Ableitung erhält.[6] Man sieht dies deutlich in der ART, wo das Auftreten von Christoffelsymbolen auch im flachen Raum (feldfreier Fall) möglich ist – eben bei krummer Koordinatenwahl (dies wäre dann immer noch ein Bündel vom Typ 1). Das Eichprinzip führt also nur auf flache Konnektionen. Nun besteht aber auch die Möglichkeit eines Raumes mit Krümmung (also eines global nicht-verschwindenden Gravitationsfeldes, ein Bündel vom Typ 2). Man benötigt daher ein zweites Prinzip, welches das *empirische Vorliegen* dieses Falles vom feldfreien Fall unterscheidet. In der ART leistet dies das Äquivalenzprinzip, der Grundgedanke lässt sich jedoch auf die Eichtheorien verallgemeinern (Lyre 2000b): Analog zur Gleichsetzung von träger und schwerer Masse muss man in den Eichtheorien die empirisch zu überprüfende Annahme machen, dass die in der Bewegungsgleichung und die in den Feldgleichungen auftretenden Ladungen identisch sind! A priori wäre eine teilchensorten-abhängige Kopplung nicht auszuschließen, also z.B. eine unterschiedliche Kopplung von Elektronen und Myonen an das elektromagnetische Feld.

Es zeigt sich also, dass dem Eichprinzip nicht die alleinige Bürde der theoretischen Fundierung einer Eichtheorie zuzumuten ist. Die wahrhaft empirisch tragende Säule ist ein verallgemeinertes Äquivalenzprinzip, das durch Reflektion auf die konzeptionellen Grundlagen der Eichtheorie motiviert ist und in Form von Nullexperimenten zur Universalität der Eichfeldkopplung mit experimenteller Erfahrung in bestem Einklang steht.

3.2 Ontologische Fragestellungen

Der Eichsymmetrie zufolge lassen sich Eichpotentiale nicht direkt beobachten – nur eichinvariante Größen können observabel sein. Dies leuchtet unmittelbar ein, denn andernfalls hinge unsere Welt von konventionellen bzw. rein mathematischen Operationen ab. Eichinvariant und mithin observabel sind insbesondere die Eichfeldstärken (welche aus den Potentialen durch Ableitung hervorgehen). In Eichtheorien können aber auch rein topologische Effekte auftreten, in denen selbst für den feldstärkefreien Fall die Nicht-Trivialität des Bündels zu beobachtbaren Konsequenzen führt. Hier ist v.a. an den Aharonov-Bohm-Effekt zu denken. Michael Redhead (1998, 2000, 2001) hat daher Eichpotentiale und Eichtransformationen als *surplus structure* bezeichnet und auf deren problematische Ontologie hingewiesen, indem er folgendes Dilemma konstruiert: Im Falle einer aktiven Interpretation der Eichpotentiale handelt es sich um eine mystische Beeinflussung observabler Größen durch nicht-observable Entitäten, im Falle einer passiven Interpretation hätten rein mathematische Operationen beobachtbare Effekte – also eine Art „platonistische Beeinflussung“. Eine genauere Analyse zeigt jedoch, dass nicht den Eichpotentialen, sondern nur Äquivalenzklassen von Potentialen („Präpotentiale“ nach Drieschner et al. 2001) bzw. den so genannten Holonomien[7] ontologische Signifikanz zukommt (vgl. Healey 2000, Lyre 2001). Sie erweisen sich zudem als nicht-lokal (genauer: „topologisch nicht-separabel“ nach Eynck et al. 2001; siehe auch Healey 1997). Dies soll hier nicht näher ausgeführt werden, wir halten nur soviel fest: In den Eichtheorien sind diejenigen Entitäten, denen aufgrund observabler Konsequenzen Realstatus zugebilligt werden muß, einerseits klarerweise nur bis auf Eichtransformationen festgelegt, andererseits sind sie, sofern über die Feldstärken hinausgehend, essentiell nicht-lokal.

Wie sieht es nun mit dem ontologischen Status der Faserbündelräume aus? Hier sei zunächst wieder an Ergebnisse der Raumzeit-Philosophie erinnert: Die jüngste Runde im bis auf Aristoteles zurückgehenden Streit um den ontologischen Status des Raumes (und moderner der Raumzeit) markiert das von Earman und Norton (1987) neu aufgeworfene „hole argument“. Hierbei handelt es sich um eine auf der Diffeomorphismen-Invarianz beruhenden Attacke gegen den Substantialismus bezüglich kovariant formulierter Raumzeit-Theorien (also insbesondere der ART): die strengsubstantialistische Annahme eines ontologischen Unterschiedes diffeomorpher Modelle M und $M^*=h\,M$ der Raumzeit führt bei Betrachtung eines geeignet gewählten „hole diffeomorphism“ h ($h=id$ und mithin $M = M^*$ für $t<t_0$, hingegen $h \neq id$ und daher $M \neq M^*$ für $t> t_0$) auf einen hartnäckigen Indeterminismus einer ansonsten einwandfrei deterministischen Theorie. Da der Totalraum eines Faserbündels seinerseits eine differenzierbare Mannigfaltigkeit darstellt, lässt sich dieses Argument direkt auf Bündelräume übertragen. Auf diese Weise legt sich ein Relationalismus sowohl bezüglich der Basismannigfaltigkeit als auch der Faserräume nahe. Aufgrund der Gruppenwirkung in den Fasern kann man sogar stärker relationalistisch argumentieren, ohne das eigentliche hole argument überhaupt zu benutzen; denn es ist wohl nicht recht einsehbar, wie man sich die Punkte einer Liegruppen-Mannigfaltigkeit selber individuiert denken kann, da diese schließlich *ihrem Wesen nach* nur bis auf Gruppenwirkung festgelegt sind (Lyre 1999).

Ein bündeltheoretisches Argument anderer Art zugunsten eines reinen Raumzeitrelationalismus stammt von Sunny Auyang (1995). Als eine der ersten hat sie sich philosophisch eingehender mit dem Fragenkreis der Eichtheorien beschäftigt. Sie nutzt eine spezielle mathematische Sichtweise von Faserbündeln – man könnte dies den „top-down approach“ nennen: Gegeben sei zunächst der Totalraum. Die Wirkung der Strukturgruppe auf den Totalraum definiert eine Äquivalenzrelation, nämlich alle Punkte, die derselben Faser angehören. Der Basisraum erscheint unter diesem Gesichtspunkt lediglich als ein „indexing device“, also lediglich zur Indizierung der Faserung des Bündels – und mithin genuin relationalistisch. Dagegen ist einzuwenden, dass man Faserbündel ebensogut (und dies ist der bevorzugte Lehrbuch-Zugang) „bottom-up“ einführen kann: Gegeben seien zunächst Koordinatenumgebungen U im Basisraum, die als lokal trivialisierbar anzusehen sind (also $U \times F$). Man erhält den Totalraum dann durch Zusammenkleben dieser Stücke (nach Einführung einer Konnektion). Aus diesem Zugang lässt sich kein Relationalismus bezüglich des Basisraums folgern.

Tatsächlich stellen beide Zugänge, die man auch als „Quotientisierung“ und „Koordinatisierung“ charakterisieren kann, zwei Seiten desselben Konzepts – eben des Faserbündels – dar (Guttmann und Lyre 2000). Eine Entscheidung über den Status des Basisraums folgt hieraus noch nicht - dies leistet aber das oben skizzierte verallgemeinerte „bundle space hole argument“ für den gesamten Bündelraum.

3.3 Semantische Fragestellungen

Eine Form des Konventionalismus im semantischen Sinne der Theorienunterbestimmtheit bezüglich der experimentellen Basis sei nun noch kurz erwähnt: Es ist erstaunlicherweise auch unter den Physikern wenig bekannt, dass im Rahmen der Eichtheorien der Gravitation eine zur ART vollkommen äquivalente, d.h. in allen möglichen Beobachtungen gleichlautende Translationseichtheorie formulierbar ist (Eichgruppe ist hierbei die Translationsuntergruppe $R^{1,3}$ der Poincarégruppe). Während aber in der ART die Graviationsfeldstärke durch die Krümmung der Raumzeit repräsentiert ist, ist dies in der Translationseichtheorie die Torsion – also eine ontologisch gänzlich andere Konzeption! Hierbei handelt es sich um einen interessanten Anwendungsfall der These der Theorienunterbestimmtheit – im Gegensatz zu den häufig fälschlich diskutierten Fällen lediglich verschiedener isomorpher Modelle derselben Theorie. Hier lässt sich noch ein weiterer Punkt anfügen: Aufgrund der Besonderheit der zugrundeliegenden Bündel - nämlich der oben bereits erwähnten Verschmelzung von Basis- und Faserraum - erhebt sich die besondere Frage, ob etwa die Krümmung in den Fasern selber aufgehoben ist oder ob sie sich auch ontologisch auf den Basisraum „herunterprojizieren“ lässt (Eynck und Lyre 2001).

Eine ebensogutes Bespiel liefert die Analyse des oben erwähnten Aharonov-Bohm Effekts, insofern – der Frage der nicht-beobachtbaren „surplus structure“ vorgelagert – eine Interpretation lokaler Natur in den Potentialen einer Interpretation nicht-lokaler Natur in den Feldstärken gegenübergestellt werden kann. Beide Interpretationen sind empirisch gleichwertig (dies drückt sich im Satz von Stokes aus), Kontexte der einen lassen sich jedoch nicht in Kontexte der anderen überführen (Näheres siehe Lyre 2001, Eynck et al. 2001).

4. Ausblick

Am Horizont sowohl der physikalischen als auch der philosophischen Untersuchungen über Eichtheorien deutet sich die noch völlig ungeklärte Frage nach einer noch *tieferen* Bedeutung der Konzeption der Eichtheorien an. Denn wenngleich das Eichprinzip – wie gezeigt – nicht zwingend auf nichtflache Konnektionen führt, so ist ja doch die in der kovarianten Ableitung vorgegebene Struktur des Wechselwirkungsterms auch für den empirisch bedeutsamen Fall nicht-verschwindender Feldstärken korrekt beschrieben. Diese *Wechselwirkungsstruktur* ist also tatsächlich aus der lokalen Eichsymmetrie-Forderung hergeleitet. Was aber ist der tiefere Grund für diese, zunächst rein formale Möglichkeit? Scheinbar handelt es sich um einen tiefliegenden und konzeptionell noch völlig unverstandenen Zusammenhang zwischen Raum und Wechselwirkung, genauer zwischen den Konzepten der Lokalisierung und räumlichen Darstellung einerseits und der Nichtseparierbarkeit observabler Entitäten andererseits (auf diesem Abstraktionsniveau sind auch neuartige Aprioriargumente vorstellbar – vgl. Lyre 2000a).

Dies Rätsel ist heutzutage zweifellos die stärkste Motivation zur Beschäftigung mit Eichtheorien, zu derem konzeptionellem Hintergrund wissenschaftsphilosophische Analysen fruchtbar beitragen können und von denen vielleicht gezeigt werden konnte, dass sie eine Vielzahl interessanter Fragestellungen erlauben, von denen ein großer Teil bislang noch weitgehend unbehandelt ist.

Anmerkungen

[1] Zur physikalischen Einführung in die Eichtheorien sei Drechsler und Mayer (1977) empfohlen.

[2] Eine historische Zusammenstellung und Kommentierung der „Meilensteine“ unter den eichtheoretischen Arbeiten findet man bei O‘Raifeartaigh (1995). Eine in Ansätzen auch wissenschaftshistorische Analyse hat Cao (1997) vorgelegt.

[3] Die erste eichtheoretische Erfassung der Allgemeinen Relativitätstheorie durch Utiyama (1956) findet sich ebenfalls in O‘Raifeartaigh (1995). Einen aktuellen physikalischen Überblick bieten Hehl et al. (1995) - spezielle begriffliche Aspekte diskutieren Eynck und Lyre (2001).

[4] Einen „netten“ mathematischen Einstieg geben Baez und Muniain (1994).

[5] Die Konnektion ist definiert als 1-Form mit Werten in der Liealgebra der Strukturgruppe. Insofern man sich die Liealgebra als isomorph zum Tangentialraum der Liegruppe denken kann, gibt der Zusammenhang eine Regel, wie man den Tangentialraum *TP* des Prinzipalfaserbündels in einen „horizontalen“ Anteil *HP* (isomorph zum Tangentialraum *TM* des Basisraums) und einen „vertikalen“ Anteil *VP* (isomorph zu *TG*) zerlegen kann: $TP = HP \oplus VP$. Dem Physiker ist dies als *kovariante Ableitung* vertraut: sie ist die Summe aus der gewöhnlichen Ableitung, welche in *TM* definiert ist, und der Zusammenhangsform. Anschaulich bedeutet die kovariante Ableitung, dass eine horizontale Verschiebung im Basisraum im allgemeinen Fall auch zu einer vertikalen Verschiebung in der Faser führt, welche einem Element der Strukturgruppe entspricht. Die kovariante Ableitung ist daher ein verallgemeinerter Paralleltransport.

[6] Brown (1999), Healey (2000) und Teller (2000) haben kürzlich in diesem Sinne die Reichweite des Eicharguments kritisiert (siehe auch Lyre 2001).

[7] Holonomien sind Abbildungen des Basisraums in die Eichgruppe. Sie reflektieren die Topologie beider Räume und mithin die Trivialität oder Nicht-Trivialität des Bündels.

Literatur

Auyang, S. Y. (1995): *How is Quantum Field Theory Possible?* Oxford University Press, New York.

Baez, J. C. und J. P. Muniain (1994): *Gauge Fields, Knots and Gravity*. World Scientific, Singapore.

Brown, H. R. (1999): Aspects of Objectivity in Quantum Mechanics. In Butterfield, J. und C. Pagonis (Hrsg.): *From Physics to Philosophy*. Cambridge University Press, Cambridge.

Cao, T. Y. (1997): *Conceptual Developments of 20th Century Field Theories*. Cambridge University Press, Cambridge.

Drechsler, W. und M. E. Mayer (1977): *Fiber Bundle Techniques in Gauge Theories*. Lecture Notes in Physics 67. Springer, Berlin.

Drieschner, M., T. O. Eynck und H. Lyre (2001): *Comment on Redhead: The Interpretation of Gauge Symmetry*. In: Kuhlmann, Lyre und Wayne (in Vorbereitung).

Earman, J. und J. Norton (1987): *What Price Spacetime Substantivalism? The Hole Story*. The British Journal for the Philosophy of Science, 83:515-525.

Eynck, T. O. und H. Lyre (2001): *How to Gauge Gravity? Underdetermination in Gravitational Theories*. In Vorbereitung.

T. O. Eynck, H. Lyre und N. v. Rummell (2001): A versus B! Gauge Potentials, Reality and the Aharonov-Bohm effect. In: *Proceedings of the International IQSA conference "Quantum Structures V"*, March 31-April 5, 2001, Cesena, Italy.

Guttmann, Y. M. und H. Lyre (2000): *Fiber Bundle Gauge Theories and "Field's Dilemma"*. (E-print arXiv:physics/0005051).

Healey, R. (1997): Nonlocality and the Aharonov-Bohm Effect. *Philosophy of Science*, 64:18-41.

Healey, R. (2000): On the Reality of Gauge Potentials. Preprint.

Hehl, F. W., J. D. McCrea, E. W. Mielke und Y. Ne'eman (1995): Metric-Affine Gauge Theory of Gravity: Field Equations, Noether Identities, World Spinors, and Breaking of Dilation Invariance. *Physics Reports*, 258:1-171.

Kuhlmann, M., H. Lyre und A. Wayne, Hrsg. (in Vorbereitung): *Proceedings of the International Conference on "Ontological Aspects of Quantum Field Theory"*, 11.-13. Oktober 1999. ZiF, Bielefeld.

Lyre, H. (1999): Gauges, Holes, and their 'Connections'. In: D. Howard (Hrsg.), *Proceedings of the "Fifth International Conference on the History and Foundations of General Relativity"*, Notre Dame, Indiana. (E-print arXiv:gr-qc/9904036).

Lyre, H. (2000a): Kann moderne Physik a priori begründbar sein? *Philosophia Naturalis*, 36(2):439-454.

Lyre, H. (2000b): A Generalized Equivalence Principle. *International Journal of Modern Physics D*, 9(6):633-647. (E-print arXiv:gr-qc/0004054).

Lyre, H. (2001): The Principles of Gauging. *Philosophy of Science, Supplement. PSA2K Proceedings, ed. by J. Barrett.* Im Druck. (E-Prints: arXiv:quant-ph/0101047, PITT-PHIL-SCI00000113).

O'Raifeartaigh, L. (1995): *The Dawning of Gauge Theory*. Princeton University Press, Princeton.

Redhead, M. (1998): Review: S. Y. Auyang, How is Quantum Field Theory Possible? (New York, Oxford University Press, 1995). *The British Journal for the Philosophy of Science*, 49:499-507.

Redhead, M. (2000): The Intelligibility of the Universe. In A. O'Hear (Hrsg.), *Philosophy at the New Millennium*.

Redhead, M. (2001): The Interpretation of Gauge Symmetry. In: Kuhlmann, Lyre und Wayne (in Vorbereitung).

Teller, P. (1997): A Metaphysics for Contemporary Field Theories - Essay Review: S. Y. Auyang, How is Quantum Field Theory Possible? (New York, Oxford University Press, 1995). *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 28:507-522.

Teller, P. (2000): The gauge argument. *Philosophy of Science*, 67(3, Supplement):S466-S481. (PSA98 Proceedings, Part II, ed. by D. A. Howard).

Weyl, H. (1929): Elektron und Gravitation. *Zeitschrift für Physik*, S. 330-352.